

1 Conventions d'écriture

Définition 6 (expression littérale)

Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres, et où chaque lettre représente un nombre.

Exemples

Expression	Signification de l'expression et des lettres
$c \times c$...
$c \times c \times c$...
$2 \times \pi \times r$...
$2 \times (L + l)$...
$L \times l$...

Définition 7 (carré d'un nombre)

On appelle **carré** du nombre x le produit $x \times x$.

On note $x \times x = x^2$ et on lit « x au carré » ou « x puissance 2 ».

Définition 8 (cube d'un nombre)

On appelle **cube** du nombre x le produit $x \times x \times x$.

On note $x \times x \times x = x^3$ et on lit « x au cube » ou « x puissance 3 ».

Notation (alléger les écritures)

Le signe de la multiplication « \times » disparaît ou est remplacé par un point dans les cas suivants : entre deux lettres, entre un nombre et une lettre ou entre des nombres (ou des lettres) et des parenthèses.

Exemples

Périmètre d'un rectangle de dimensions L et l : $2 \times (L + l) = \dots$

Aire d'un cercle de rayon r : $\pi \times r \times r = \dots$

Volume d'un cube de côté c : $c \times c \times c = \dots$

Notation (quand conserver le signe « \times »)

Dans une expression, on conserve le signe « \times » de la multiplication pour distinguer deux nombres ou pour séparer les opérateurs " \times " et "-".

Remarque

Le produit de 4 par 5 ne s'écrit jamais « 4×-5 » mais « $4 \times (-5)$ ».

Notation (ordre des facteurs d'un produit)

Les facteurs d'un produit s'écrivent dans l'ordre suivant : les nombres, puis les lettres dans l'ordre alphabétique et enfin les parenthèses.

Exemples

1. $y \times x = \dots$

3. $2 \times u \times 5 \times t = \dots$

2. $c \times d \times b \times a = \dots$

4. $(x + 1) \times 3 \times x = \dots$

Notation (en fonction de x)

Écrire un résultat **en fonction de x** , c'est l'écrire à l'aide d'une expression littérale avec x .

Exemples

a L'aire d'un carré *en fonction* de son côté x est donnée par l'expression ...

b Le volume d'une sphère *en fonction* de son rayon r est donné par ...

2 Distributivité simple**Définition 9 (distributivité de la multiplication)**

Soient a , b , et k trois nombres relatifs :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b.$$

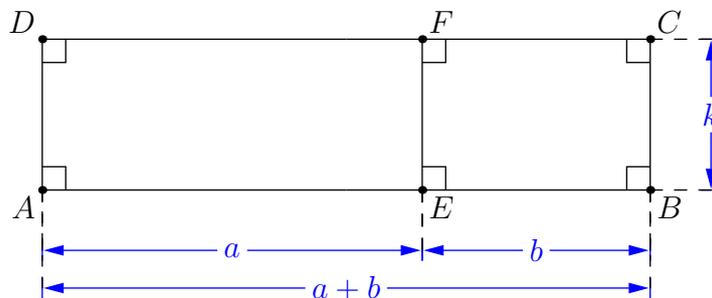
Le nombre k est ici le **facteur commun**.

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

Démonstration

Démontrons « géométriquement » la distributivité de multiplication par rapport à l'addition pour des nombres positifs ou nuls.

Dans la figure ci-dessous, a , b et k sont des longueurs, donc $a \geq 0$, $b \geq 0$ et $k \geq 0$.



Exprimons l'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de ses dimensions k et $(a + b)$:

$$\mathcal{A}_{ABCD} = k \times (a + b).$$

L'aire de $ABCD$ est aussi égale à la somme des aires des rectangles $AEFD$ et $EBCF$.

$$\mathcal{A}_{AEFD} = k \times a$$

$$\mathcal{A}_{EBCF} = k \times b$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AEFD} + \mathcal{A}_{EBCF} = k \times a + k \times b.$$

On en déduit l'égalité :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

Nous avons donc démontré, par une approche géométrique, cette égalité lorsque k , a et b sont des nombres positifs ou nuls. ■

3 Développer une expression

Définition 10 (développer une expression)

Développer, c'est transformer un produit en somme.

Pour développer une expression, on peut utiliser la distributivité simple.

Exemples

Développer les expressions suivantes :

$$A = 3(a + b).$$

$$E = 4(2x + y + 3z).$$

$$B = 2(x + 5).$$

$$F = 10(a - 3).$$

$$C = 5(3x + 5).$$

$$G = 4(-x + 1).$$

$$D = 7(2t + 3u).$$

$$H = 8(-a + 2b - 3c - d).$$

Réponses

$$A. = 3(a + b) = \dots$$

$$B. = 2(x + 5) = \dots$$

$$C. = 5(3x + 5) = \dots$$

$$D. = 7(2t + 3u) = \dots$$

$$E. = 4(2x + y + 3z) = \dots$$

$$F. = 10(a - 3) = \dots$$

$$G. = 4(-x + 1) = \dots$$

$$H. = 8(-a + 2b - 3c - d) = \dots$$

...

4 Réduire un produit

Définition 11 (réduire un produit)

Réduire un produit, c'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles.

Pour réduire un produit on peut permuter l'ordre des facteurs.

Exemple

Réduire les produits suivants.

1. $a \times b \times a =$.

3. $c \times c$.

5. $b \times 5 \times a \times a \times b \times a$.

2. $2 \times u \times 5 \times t$.

4. $c \times c \times c$.

6. $(x+1) \times (x+1) \times (x+1)$.

Réponse

1. $a \times b \times a = \dots$

2. $2 \times u \times 5 \times t = \dots$

3. $c \times c = \dots$

4. $c \times c \times c = \dots$

5. $b \times 5 \times a \times a \times b \times a = \dots$

6. $(x+1) \times (x+1) \times (x+1) = \dots$

5 Réduire une somme algébrique**Définition 12 (réduire une somme algébrique)**

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Pour réduire une somme, on peut utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples

a. Réduire si possible les expressions suivantes :

A = $3x + 5x$.

F = $3x^2 + 2x^2$.

B = $7a + a$.

G = $3x^2 + 11x$.

C = $10t - 3t$.

H = $2a + 3 + a + 9$.

D = $20x - 6x$.

I = $3b - 2a - 4b - a$.

E = $2a + 1$.

Réponses

A = $3x + 5x = \dots$

B = $7a + a = \dots$

C = $10t - 3t = \dots$

$$D = 20x - 6x = \dots$$

$$E \dots$$

$$F = 3x^2 + 2x^2 = \dots$$

$$G \dots$$

$$H = 2a + 3 + a + 9 = \dots$$

...

$$I = 3b - 2a - 4b - a = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

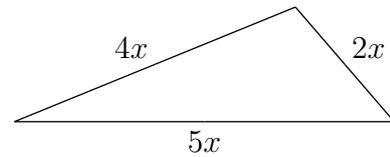
- b. Exprimons le périmètre \mathcal{P} d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement $5x$, $4x$ et $2x$.

Réponse

$$\mathcal{P} = \dots$$

$$\mathcal{P} = \dots$$

$$\mathcal{P} = \dots$$



6 Factoriser avec la distributivité simple

Définition 13 (factoriser)

Factoriser, c'est transformer une somme en produit.

Propriété 21 (factoriser avec la distributivité simple)

Si une somme algébrique comporte un facteur commun, alors on peut utiliser la distributivité simple pour la factoriser.

Exemple

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 3 \times x + 3 \times 2.$$

$$B = 5 \times 3 - 5 \times a.$$

$$C = 7 \times t - 7 \times w + 7 \times 3.$$

$$D = 10 \times x - 5 \times y.$$

$$E = x^2 + 5x.$$

$$F = 3abc + 2ab.$$

Réponse

$$A = 3 \times x + 3 \times 2 = \dots$$

$$B = 5 \times 3 - 5 \times a = \dots$$

$$C = 7 \times t - 7 \times w + 7 \times 3 = \dots$$

$$D \ 10 \times x - 5 \times y. = \dots$$

$$E = x^2 + 5x = \dots$$

$$F = 3abc + 2ab = \dots$$

7 Calculer la valeur d'une expression littérale

Méthode

Pour calculer la valeur d'une expression littérale, il faut donner une valeur à chaque lettre figurant dans l'expression.

Exemples

1. Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes pour $x = -2$.

$$A = 10x + 2.$$

$$C = 10x^2 + x - 1.$$

$$B = 3 - 4x.$$

$$D = x(x - 1)(x - 2).$$

2. Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes pour $a = 10$ et $b = -1$.

$$E = 5a^2 + 3ab + b^2.$$

$$F = (2a - 3b)(a + b).$$

3. Calculer l'aire L d'un rectangle de longueur $t + 5$ et de largeur $t + 1$ pour $t = 4$ cm.

Réponses

1. $A = 10x + 2 = \dots$

$$B = 3 - 4x = \dots$$

$$C = 10x^2 + x - 1 = \dots$$

$$= \dots$$

$$D = x(x - 1)(x - 2) = \dots$$

$$= \dots$$

2. Pour $a = 10$ et $b = -1$:

$$E = \dots$$

$$= \dots$$

$$F = \dots$$

$$= \dots$$

3. Pour $t = 4$ cm :

$$L = \dots$$

L'aire du rectangle mesure ...

8 Égalité de deux expressions

Définition 14 (expressions égales)

Deux expressions littérales sont dites **égales** si elles sont égales pour toutes les valeurs de la lettre (ou des lettres) figurant dans l'expression.

Méthode

Pour montrer que deux expressions sont égales, on peut les développer et les réduire.

Exemple

1. Exprimer sous forme d'un produit l'aire \mathcal{A}_1 d'un rectangle de dimensions $3x$ et $(2x + 4)$.
2. Même question pour l'aire \mathcal{A}_2 d'un rectangle de dimensions 6 et $(x^2 + 2x)$.
3. Déterminer si les aires de ces deux rectangles sont égales.

Réponses

1. $\mathcal{A}_1 = 3x \times (2x + 4)$.
2. $\mathcal{A}_2 = 6 \times (x^2 + 2x)$.
3. Développons :
 $\mathcal{A}_1 = \dots$
 $\mathcal{A}_2 = \dots$

On constate que les expressions développées et réduites de \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 sont égales : $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$.
Les aires des deux rectangles sont donc égales.

Propriété 22 (montrer que deux expressions sont différentes)

Si, pour au moins une valeur, deux expressions prennent des valeurs différentes, alors ces expressions ne sont pas égales.

Exemple

Le nombre x est un nombre relatif.

$$A = (2x + 3)(x + 4)(5x + 1).$$

$$B = (3x + 2)(x + 5)(4x + 1).$$

Montrer que les expressions littérales A et B ne sont pas égales.

Réponse

Calculons la valeur de A et celle de B pour $x = 0$:

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

Pour $x = 0$, les valeurs de A et de B sont différentes, donc les expressions A et B ne sont pas égales.

9 Suppression de parenthèses**Propriété 23 (opposé d'une somme algébrique)**

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de ses termes.

En particulier :

$$-(a + b) = -a - b.$$

$$-(a - b) = -a + b.$$

$$-(-a + b) = a - b.$$

$$-(-a - b) = a + b.$$